



第三章

雷达气象方程

meteorological radar equation



回顾——第二章

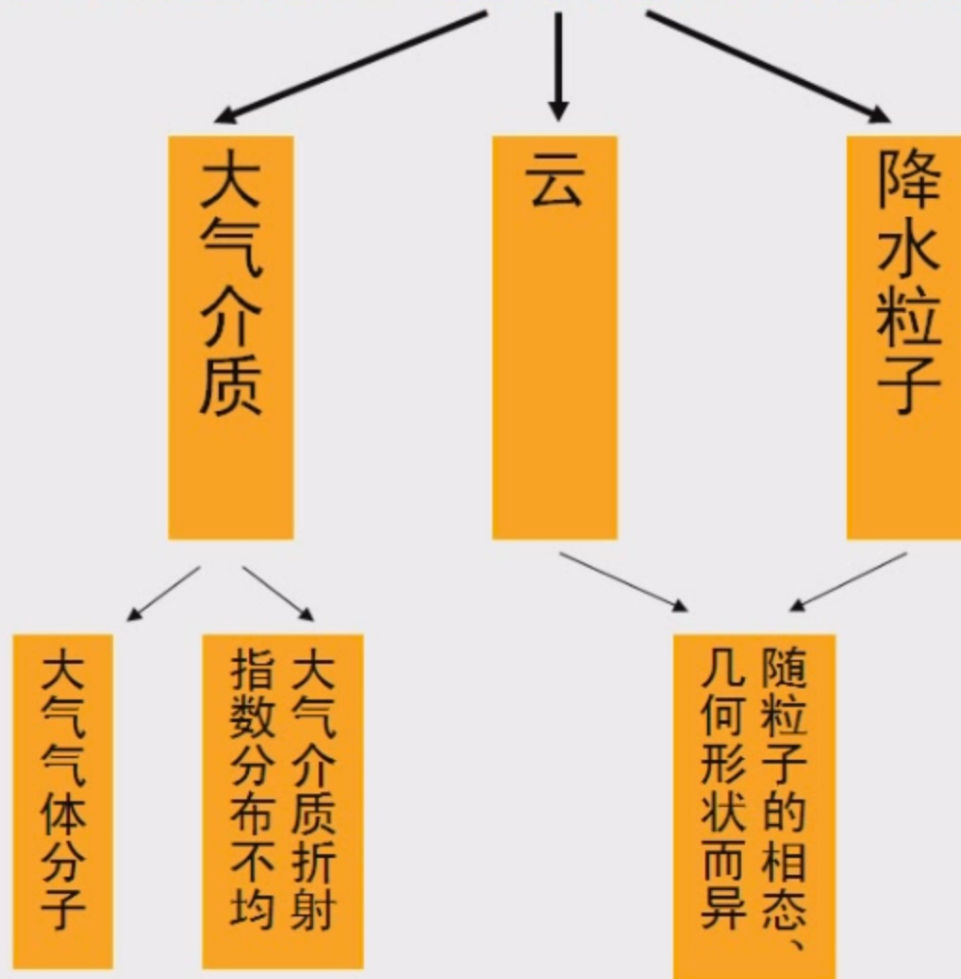


- 雷达的组成
- 雷达的显示方式: PPI, RHI, CAPPI
- 雷达主要技术参数: θ , G , A_e , h , τ , **PRF**
、**PRT**、 **R_{max}** 、 **V_r** 、 **f_D** 、 **V_{max}**
- 最大不模糊距离 距离模糊（折叠）
- 最大不模糊速度 速度模糊
- 距离去折叠、速度退模糊
- 多普勒两难



第一节 气象目标物对雷达电磁波的 散射(Scatter)

雷达探测大气的基础：气象目标对雷达电磁波的散射



本节主要内容



- 一、散射的基本知识
- 二、粒子的后向散射
- 三、课堂习题

重点掌握：后向散射截面（雷达截面）

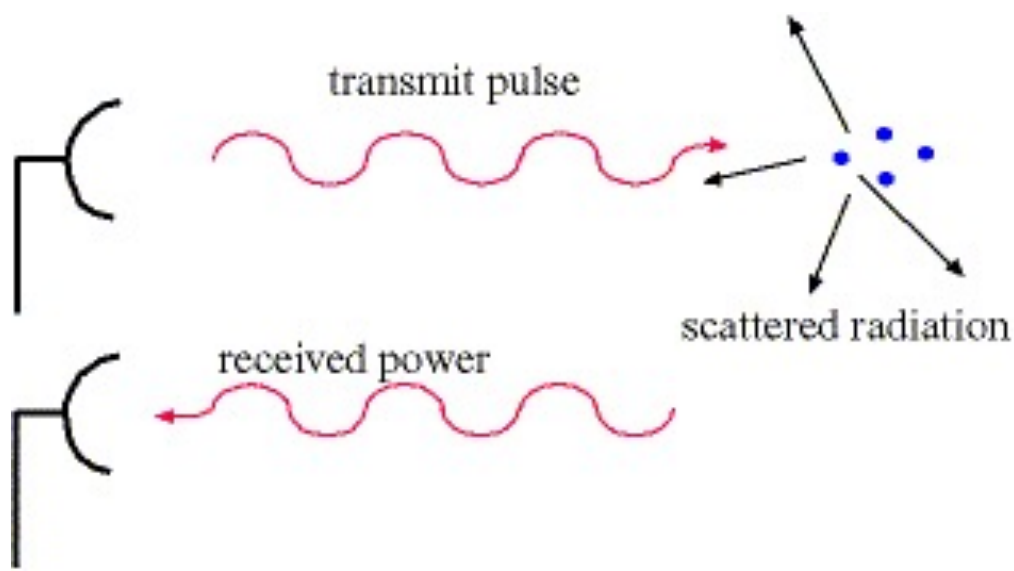
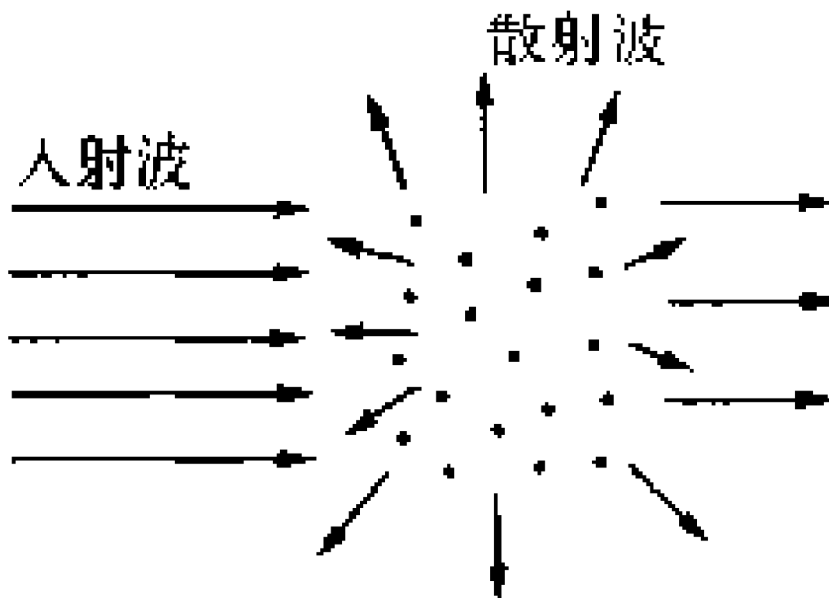


一、散射的基本知识

- 1、散射现象及散射特性
- 2、单个小球形粒子的散射——瑞利散射
- 3、单个大球形粒子的散射——米散射

1、 散射现象及散射特性

入射电磁波
衰减示意图



思想实验：假如
大气没有散射？



散射、散射波

- 当电磁波束在大气中传播，遇到空气分子、大气气溶胶、云滴和雨滴等悬浮粒子时，入射电磁波会从这些粒子上向四面八方传播开来，这种现象称为**散射**。
- 粒子产生散射的原因：粒子在入射电磁波作用下被极化，感应出复杂的电荷分布和电流分布，它们也以**同样的频率**发生变化，这种高频率变化的电荷分布和电流分布向外辐射的电磁波就是**散射波**。
- 粒子对入射电磁波的散射和吸收，其能量均取自于入射电磁波，使原入射方向上的电磁波能量受到**衰减**。

球体对电磁波的散射



球体对电磁波的散射，分为：

(a)瑞利散射 (Rayleigh scattering)

(b)米氏散射(Mie scattering)

分类方法

由入射辐射波长 λ 、散射粒子(设粒子半径为 r)的相对大小，将散射分为瑞利散射(Rayleigh)和米 (Mie) 散射。

▲ $r \ll \lambda$ 时，瑞利(分子)散射。

▲ $r \sim \lambda$ 时，米散射。

散射分类——尺度数

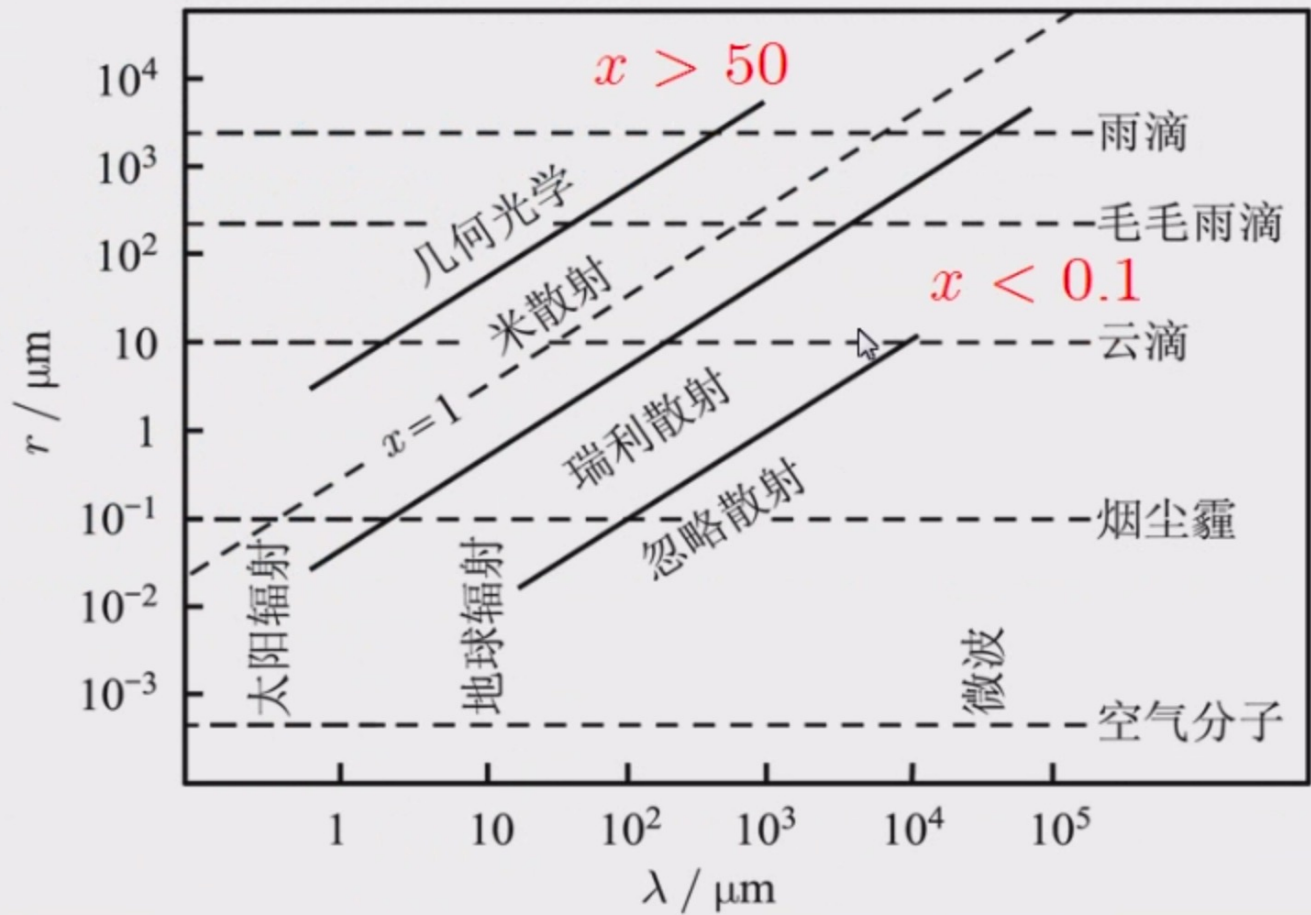


尺度数

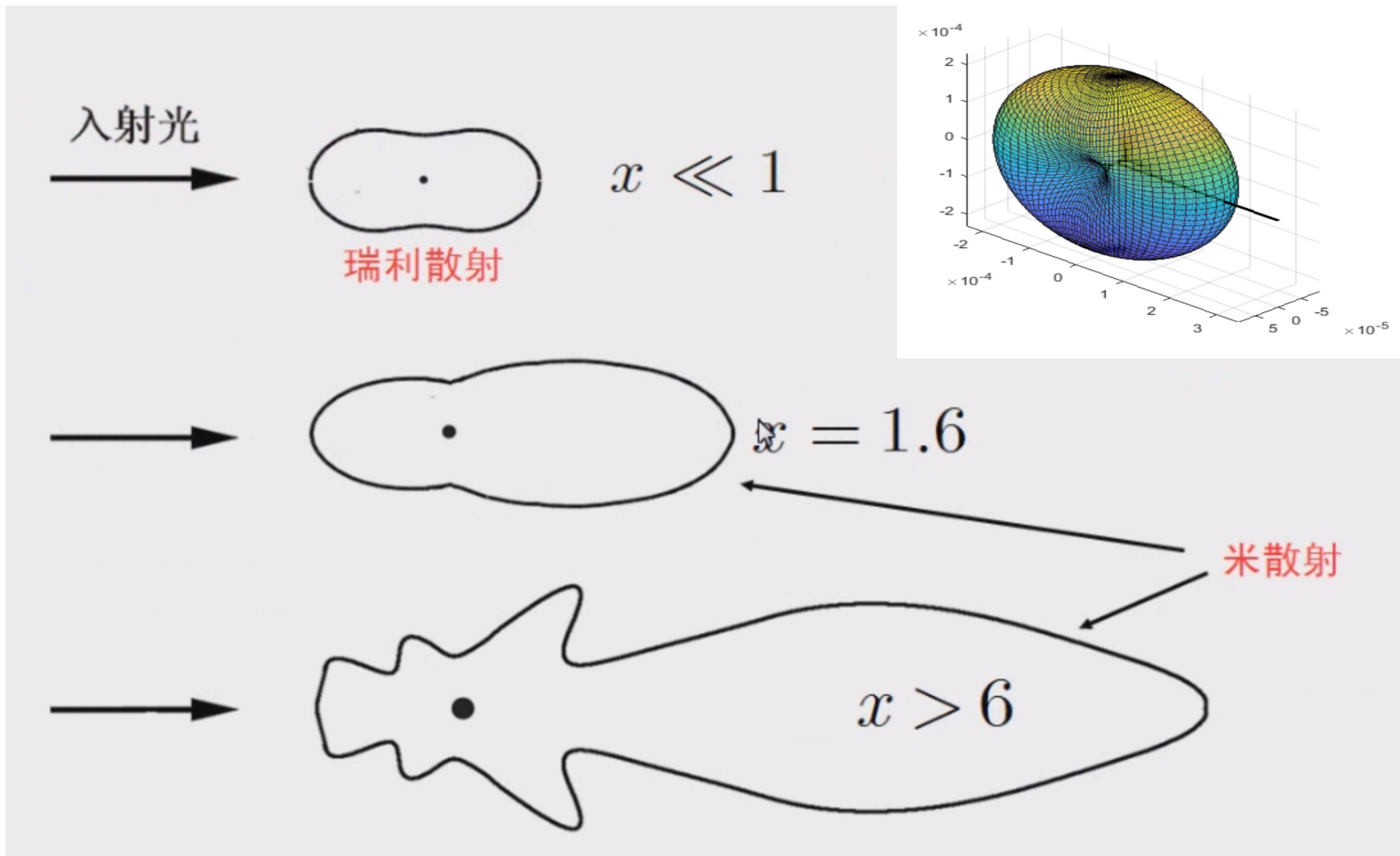
$$x = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

r : 粒子半径

λ : 辐射波长



散射分类——散射函数



2、单个小球形粒子的散射—瑞利散射



- ▲ 球形粒子的直径远小于雷达工作波长的小球粒子散射，这种散射称为瑞利散射。
- ▲ 研究单个小球形粒子在入射波作用下散射到各方向去的能量在空间的分布（**散射函数 β** ）、总散射能量（**总散射功率 P_s** ）

瑞利散射



五点假设:

- 1,产生散射作用的粒子半径 r 比入射波长 λ 小得多,即 $r \ll \lambda$
- 2,散射粒子的电学特性各向同性;
- 3,散射粒子不带自由电荷;
- 4,入射波是周期变化的平面偏振波;
- 5,散射粒子不是导体,复折射指数 m 不太大

一般云滴、小雨滴对厘米雷达波的散射可认为满足以上假设条件。

散射函数或方向函数 β

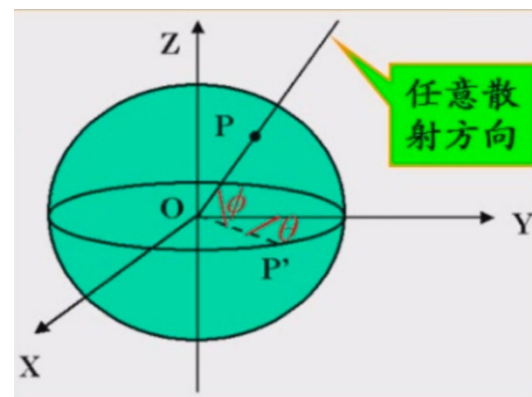


假设粒子散射各向均匀，距粒子中心 R 处的球面上任意地方接收到的能流密度：

$$S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta \quad (1.1)$$

粒子散射实际不均匀时：

$$S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi) \quad (1.2)$$



其中： $\beta(\theta, \varphi)$ 散射函数或方向函数，量纲：面积

θ ：任意散射方向在 $x-y$ 平面上的投影与入射波能流密度方向之间的夹角

φ ：是任意散射方向与 $x-y$ 平面之间的夹角

S_s ：散射电磁波能流密度，量纲：能量/(时间·面积)

S_i ：入射平面电磁波能流密度，量纲：能量/(时间·面积)

瑞利散射在球坐标中的方向函数 β



$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \quad (1.3)$$

其中：

θ : 任意散射方向在 $x-y$ 平面上的投影
与入射波能流密度方向之间的夹角(方位角)

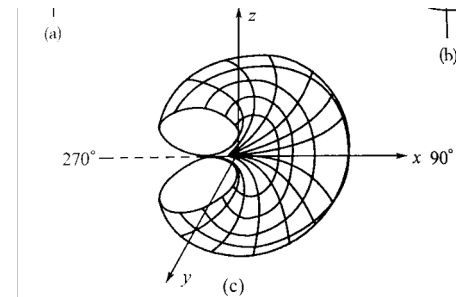
φ : 任意散射方向与 $x-y$ 平面之间的夹角(仰俯角)

m : 复折射指数, $m = n - ik$ (n , 普通折射指数, k , 吸收系数)

$\left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right|^2$: 复数模的平方, 可查表给出值。

r : 粒子的半径, λ : 雷达的波长

天空为什么是蓝的?



瑞利散射在球坐标中的方向函数 β



表 1.1 不同温度与波长时水和冰的 n, k 等值

水	温度(C)	$\lambda = 10\text{cm}$	$\lambda = 3.21\text{cm}$	$\lambda = 1.24\text{cm}$	$\lambda = 0.62\text{cm}$	冰 粒
n	20	8.88	8.14	6.15	4.44	1.78
	10	9.02	7.80	5.45	3.94	
	0	8.99	7.14	4.75	3.45	
	-8	—	6.48	4.15	3.10	
k	20	0.63	2.00	2.86	2.59	$2.4 \times 10^{-3}(0\text{C})$
	10	0.90	2.44	2.90	2.37	$7.9 \times 10^{-4}(-10\text{C})$
	0	1.47	2.89	2.77	2.04	$5.5 \times 10^{-4}(-20\text{C})$
	-3	—	—	2.55	1.77	
$\left \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right ^2$	20	0.928	0.9275	0.9193	0.8926	0.197
	10	0.9373	0.9282	0.9152	0.8726	
	0	0.9340	0.9300	0.9055	0.8312	
	-8	—	—	0.8902	0.7921	
$\text{Im} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)$	20	0.00474	0.01833	0.0471	0.0915	$2.2 \times 10^{-4}(-20\text{C})$
	10	0.00688	0.0247	0.0615	0.1142	$3.2 \times 10^{-4}(-10\text{C})$
	0	0.01102	0.0335	0.0807	0.1441	$9.6 \times 10^{-4}(0\text{C})$

瑞利散射在球坐标中的方向函数 β



- 若 $\varphi = 0^\circ$ 或 180° , 则 $\beta(\theta, \varphi) = C \cos^2 \theta$ (1.3-2)
 - ❖ 当 $\theta = 0^\circ$ 或 180° 时: $\beta(\theta, \varphi)_{\max} = C$, 表明粒子的前向和后向散射为最大;
 - ❖ 当 $\theta = 90^\circ$ 或 270° 时: $\beta(\theta, \varphi)_{\min} = 0$, 表明粒子没有侧向散射。

[http://www.wolframalpha.com/input/?i=r%3Dc%5E2cos\(theta\)%5E2](http://www.wolframalpha.com/input/?i=r%3Dc%5E2cos(theta)%5E2)

瑞利散射的散射能流密度(S_s)



∴以粒子为中心的距离 R 处的球面上任何

地方接收到的散射能流密度： $S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi)$

∴将方向函数 $\beta(\theta, \varphi)$ 代入上式得：

$$S_s = \frac{S_i}{R} \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \quad (1.4)$$

从上式可看出，当粒子性质和 S_i 不变时，

$S_s \propto \frac{1}{\lambda^4}$ ，即雷达波长越短，散射越强。

当 λ 一定时，相同距离的粒子半径 r 越大，散射越强。

瑞利散射的总散射功率(P_s)



设 P_s 为总散射功率, dA 为球面上的一块小面积元,则粒子的总散射功率为:

$$P_s = \oiint S_s dA = \oiint \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi) dA \quad (1.5)$$

引入立体角 $d\Omega = \frac{dA}{R^2}$,上式为:

$$P_s = S_i \int_{4\pi} \beta(\theta, \varphi) d\Omega \quad \text{令} \quad Q_s = \int_{4\pi} \beta(\theta, \varphi) d\Omega \quad (1.6)$$

瑞利散射的总散射功率 P_s



则,总散射功率为:

$$P_s = Q_s \cdot S_i \quad (1.7)$$

P_s :总散射功率, 量纲: 能量/时间

S_i :入射能流密度, 量纲: 能量/(时间·面积)

Q_s :单个粒子的散射截面, 量纲: 面积

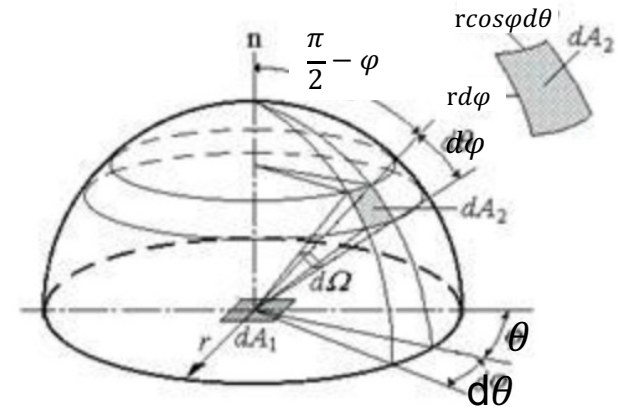
瑞利散射的散射截面 Q_s



将 $\beta(\theta, \varphi)$ 表达式代入 $Q_s = \int_{4\pi} \beta(\theta, \varphi) d\Omega$

得瑞利散射条件下，散射截面表达式：

$$Q_s = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$



上式表示：瑞利散射时，粒子的**散射截面的大小与粒子的物理性质、半径、入射波波长有关。**

3、单个球形粒子的散射——米散射



米氏理论的三点假设:

- 粒子是球形的,粒子内外都不含自由电荷,散射体粒子不是导电体;
- 粒子内、外介质是均匀各向同性的,粒子外介质一般是空气或真空;
- 入射电磁波随时间作简谐变化。

3、单个球形粒子的散射——米散射



散射方向性图

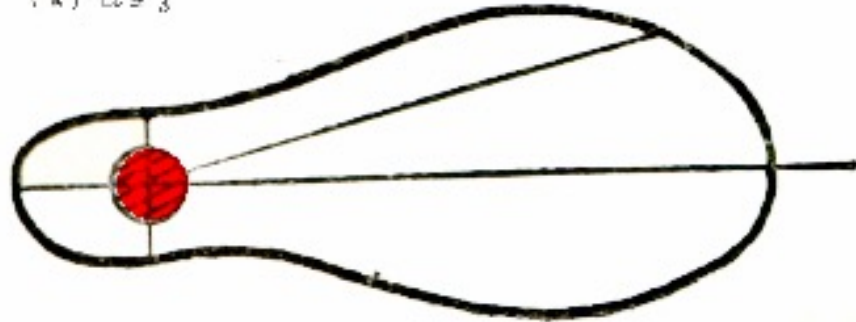
$$\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

其中 α 为粒子的尺度参数

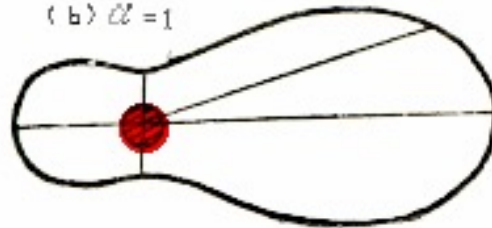
r : 粒子的半径

λ : 雷达波长

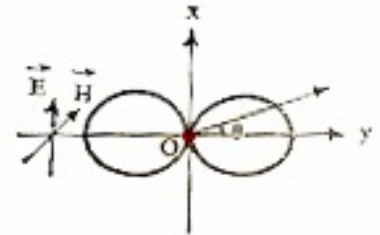
(a) $\alpha = 3$



(b) $\alpha = 1$



大球形粒子的散射方向性图



小球形粒子的散射方向性图

- 大粒子的散射波能量集中在 $\theta = 0^\circ$ 附近向前方向上
- 粒子的尺度参数 α 越大，向前散射的能量占全部散射能量的比重越大。

二、粒子的后向散射

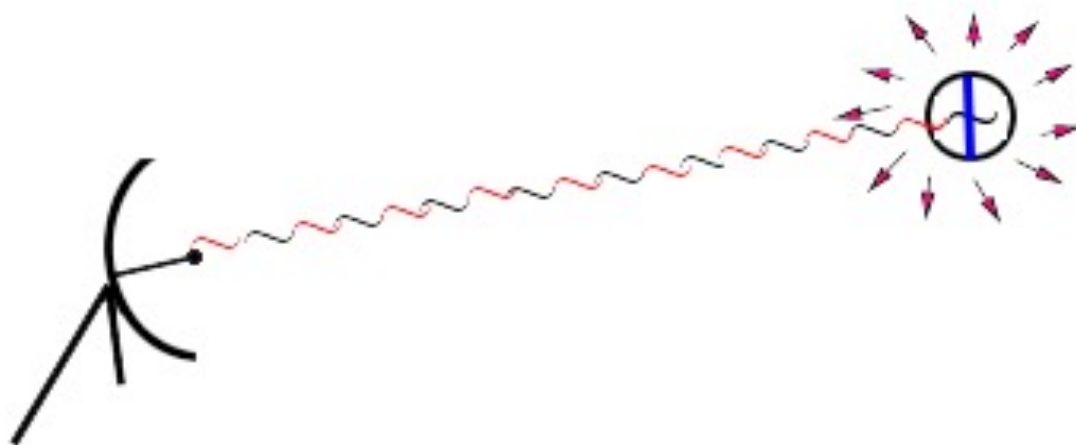


- 1、单个球形粒子的后向散射截面（雷达截面）
- 2、雷达反射率与反射率因子
- 3、瑞利后向散射与米后向散射的比较和等效反射因子
- 4、球形水滴和冰粒的散射



1、单个球形粒子的 后向散射截面（雷达截面）

后向散射截面 σ 定义



- ~ 探测脉冲波的传播轨迹
- ~ 后向散射波的传播轨迹
- ① 后向散射截面 σ (sigma)

后向散射示意图

后向散射截面 σ 定义



设有一**理想**的散射体，其截面为 σ ，它能全部接收投射到该截面的电磁波能量，并全部**均匀****地向四周散射**，若该理想散射体所散射返回雷达天线处的电磁波能流密度，等于同距离处**实际**散射体返回雷达天线的电磁波能流密度。则该理想散射体的截面 σ 就称为实际散射体的后向散射截面，亦称雷达截面RCS (Radar Cross Section)。



后向散射截面 σ 定义

① σ 是一个虚拟的面积，它可用来定量地表示粒子的后向散射能力的强弱。

②后向散射截面越大，粒子的后向散射能力越强，在同样条件下，它所能产生的回波信号也越强。

标准化后向散射截面 σ_b 的定义：

$$\sigma_b = \frac{\sigma}{\pi a^2}$$

- 后向散射截面与粒子几何截面的比值称为标准化后向散射截面。

其中： a 为粒子半径
 σ 粒子后向散射截面



回 顾

- 散射类型：瑞利散射和米散射
- 散射函数

$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

- 散射能流密度 $S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi)$

- 散射截面 $Q_s = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$

- 后向散射截面 σ （雷达截面）

后向散射截面 σ 应用



设目标的后向散射截面为 σ ，雷达发射功率为 P_t ，发射天线增益为 G_t ，接收天线增益为 G_R ，它们的最大方向都对准目标，则雷达接收功率为（目标离雷达距离 r ）

$$\begin{aligned}P_r &= S \cdot A_C \\A_C &= \frac{2}{3} A_P \\G &= \frac{8\pi}{3\lambda^2} A_P\end{aligned}$$

$$P_{RM} = A_C S_s = \frac{G_R}{\lambda^2} \frac{\sigma S_i}{4\pi r^2} = \frac{G_R}{\lambda^2} \frac{\sigma}{4\pi r^2} \frac{P_t G_t}{4\pi r^2} = \frac{P_t G_t G_R \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 r^4}$$

目标的雷达散射截面大小将直接影响雷达的作用距离。设雷达的最小可测功率(接收机灵敏度)为 P_{Rmin} ，则

由上式得雷达最大作用距离为 $r_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{Rmin}}}$

后向散射截面 σ 习题



例：雷达参数为 $P_t=300$ kW, $P_{R\min}=-105$ dBm, $f=5$ GHz, $G=45$ dB。问该雷达能探测 $\sigma=1$ m² 目标的最大距离为多少？若天线增益增到2倍呢？

解 $P_{R\min} = -105\text{dBm} = 10^{-105/10} (\text{mW}) = 3.162 \times 10^{-11} \text{mW}$
 $= 3.162 \times 10^{-14} \text{W}$

$$G = 10^{45/10} (\text{W}) = 3.162 \times 10^4 (\text{W}) \quad r_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{R\min}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 (\text{m/s})}{5 \times 10^9 (\text{Hz})} = 0.06 (\text{m})$$

$$r_{\max} = \sqrt[4]{\frac{3 \times 10^5 \times 3.162^2 \times 10^8 \times 0.06^2 \times 1}{(4\pi)^3 \times 3.162 \times 10^{-14}}} = 3.62 \times 10^5 \text{m} = 362 \text{km}$$

若 G 增至 $2G$ 则 r_{\max} 增至 $r'_{\max} = \sqrt{2} r_{\max} = \sqrt{2} \times 362 = 512 \text{km}$

$$mW = 10^{[\text{增益}dBm/10]}$$

$$dBm = 10 \times \log_{10}[\text{功率}mW]$$

表 2 dB_m —功率—电压(50/75 Ω 系列)的关系

dBm	功率	50 Ω 时的 端电压[V]	75 Ω 时的 端电压[V]
+10	10mW	0.71	0.87
+20	100mW	0.24	2.74
+30	1W	7.07	8.66
+40	10W	22.36	27.39
+50	100W	70.71	86.60
+60	1kW	223.61	273.86

分贝毫瓦dBm
与毫瓦mW
换算

后向散射截面 σ 习题



- 已知瑞利散射的散射函数为

$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

求瑞利散射的后向散射截面？

瑞利散射条件下小球形粒子的雷达截面表达式



$$\sigma = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

其中： $m = n - ik$

m ：复折射指数

n ：折射指数

k ：介质的吸收系数

米散射条件下大球形粒子的雷达截面表达式



1908年Mie从麦克斯韦方程组出发，推导出了均匀介质园球形粒子对平面波散射的函数表达式（用无穷级数来表示）

$$\sigma = \frac{\pi r^2}{\alpha^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1)(a_n - b_n) \right|^2 \quad (1.24)$$

——球形粒子雷达截面普遍表达式

其中： a_n, b_n : 散射电场系数 a : 粒子半径

粒子尺度参数： $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$



2、雷达反射率 η 与反射率因子Z

雷达反射率定义



反射率：以 η 表示，单位 (cm^2/m^3) **单位体**
积内全部降水粒子的后向散射截面（雷
达截面）之和。

$$\eta = \sum_{i=1}^N \sigma_i$$



雷达反射率定义

- 设以 n 表示粒子的数密度， $n(D)dD$ 表示单位体积内云、雨滴直径处 $D \sim D+dD$ 之间的粒子数，则雷达反射率 η 可表示为：

$$\eta = \int_0^{\infty} n(D)\sigma(D)dD$$

η 物理意义：描述粒子群后向散射能力的大小。

$$\sigma = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$



反射率因子Z定义

▲反射率因子Z：(mm⁶/m³ 或 dBZ)

单位体积中降水粒子直径6次方的总和称反射率因子。

$$Z = \sum_{i=1}^N D_i^6$$

Z仅与粒子的大小有关

$$\sigma = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

雷达反射率因子的分贝表示形式



取 $Z_0 = 1\text{mm}^6 / \text{m}^3$ 为标准值，则：

$$1\text{dBZ} = 10 \times \lg \frac{Z\text{mm}^6 / \text{m}^3}{1\text{mm}^6 / \text{m}^3}$$

dBZ -Z (dBZe - Ze)对应关系表

dBZ (dBZe)	35	40	45	50	55
$Z(\text{mm}^6 / \text{m}^3)$	3.2×10^3	10^4	3.2×10^4	10^5	3.2×10^5



3、瑞利后向散射与米后向散射的比较 和等效反射因子

等效反射率因子 Z_e （大粒子散射）



对于不满足瑞利散射条件的降水粒子，根据雷达气象方程求得的 Z 值就不能代表降水的实际谱分布情况，只能是等效的 Z 值，记为 Z_e ，称为**等效雷达反射率因子**。

▲ 等效反射率因子 Z_e (mm^6/m^3 或dBZ):

能够产生同样的回波功率 \bar{P}_r ，与小球粒子的 $\sum D_i^6$ 等效的 Z 的数值。

反射率因子,等效反射率因子



反射率因子 Z :

Z 值的大小只取决于云、雨滴谱的情况；
 Z 正比于 D^6 ，表明粒子越大， Z 越大，回波功率也就越大。

等效反射率因子 Z_e :

引入 Z_e 后，即使是较为复杂的Mie 散射，仍然可以使雷达气象方程保持Rayleigh 散射时较为简单的形式。

$$P_r = \frac{C}{R^2} Z \quad \Longrightarrow \quad P_r = \frac{C}{R^2} Z_e$$

反射率因子,等效反射率因子

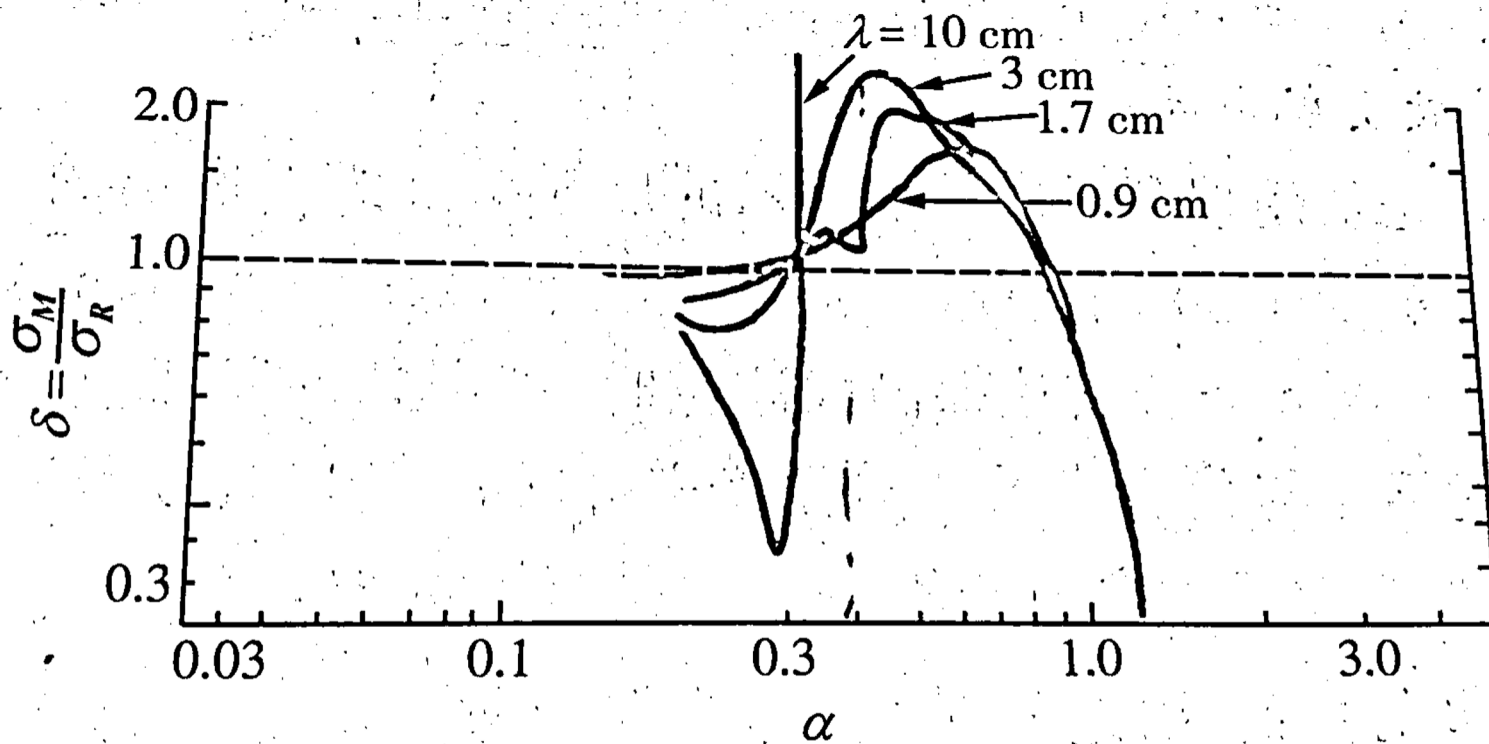


图 1.7 σ_M/σ_R 与 α 的关系(取自 Battan, 1962)

若3.2cm雷达，求当温度为10°C处降水粒子直径D为0.4cm时雷达截面 σ 的值。

解 \because 降水粒子的尺度参数 $\alpha = \frac{\pi D}{\lambda} = \frac{3.14 \times 0.4}{3.2} = 0.39$

\therefore 用Mie散射模式来计算。

由(1.25)式,
$$\sigma_R = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

$$= 3.14^5 \times 0.4^6 \times 0.9282 / 3.2^4 = 0.011(\text{cm}^2)$$

查表1.1此项为0.9282

查图1.7得，相应 $\sigma_M / \sigma_R \approx 2.3$,

由(1.31)得 $\sigma_M = \sigma_M / \sigma_R = 2.3 \times 0.011 = 0.025(\text{cm}^2)$



表 1.1 不同温度与波长时水和冰的 n, k 等值

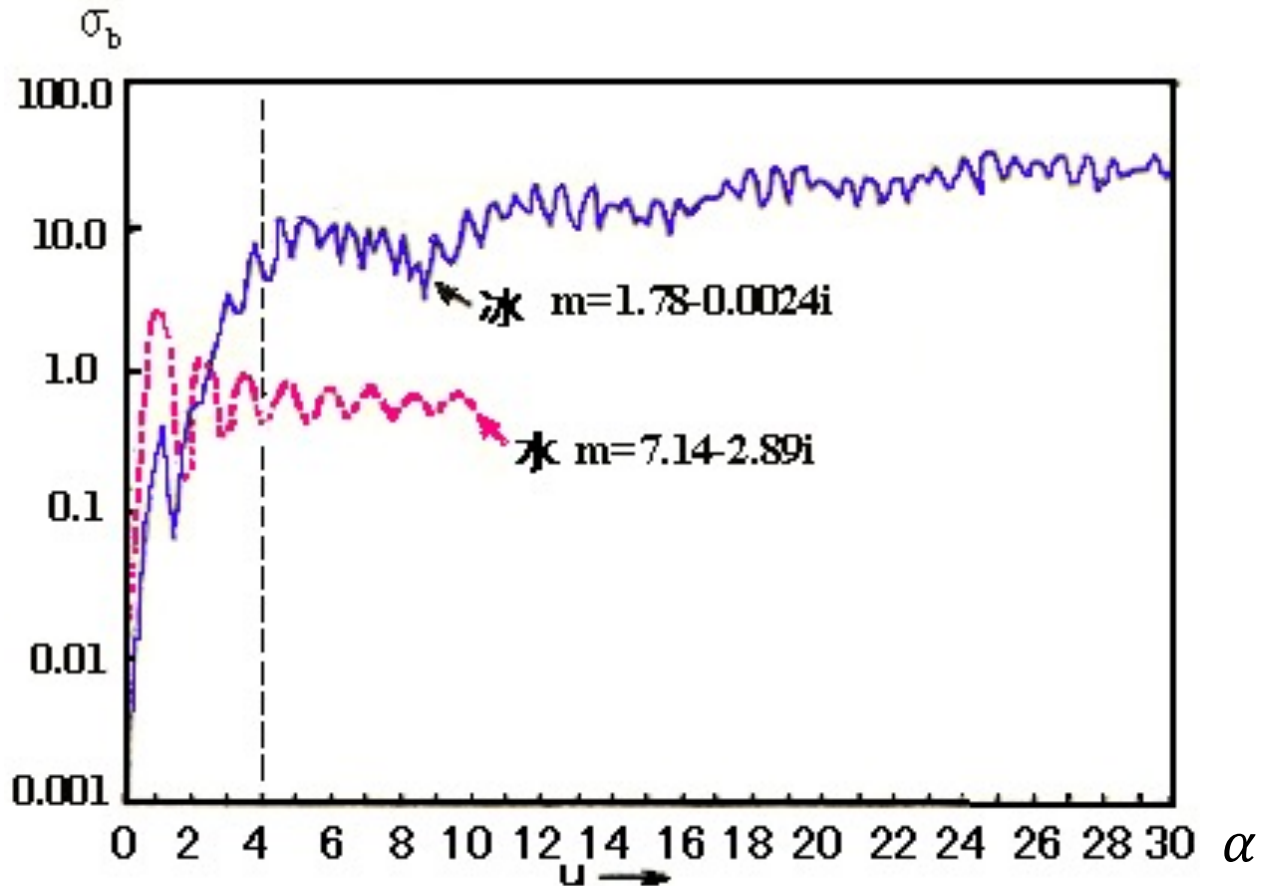
水	温度(°C)	$\lambda = 10\text{cm}$	$\lambda = 3.21\text{cm}$	$\lambda = 1.24\text{cm}$	$\lambda = 0.62\text{cm}$	冰 粒
n	20	8.88	8.14	6.15	4.44	1.78
	10	9.02	7.80	5.45	3.94	
	0	8.99	7.14	4.75	3.45	
	-8	—	6.48	4.15	3.10	
k	20	0.63	2.00	2.86	2.59	$2.4 \times 10^{-3}(0\text{C})$
	10	0.90	2.44	2.90	2.37	$7.9 \times 10^{-4}(-10\text{C})$
	0	1.47	2.89	2.77	2.04	$5.5 \times 10^{-4}(-20\text{C})$
	-3	—	—	2.55	1.77	
$\left \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right ^2$	20	0.928	0.9275	0.9193	0.8926	0.197
	10	0.9373	0.9282	0.9152	0.8726	
	0	0.9340	0.9300	0.9055	0.8312	
	-8	—	—	0.8902	0.7921	
$\text{Im} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)$	20	0.00474	0.01833	0.0471	0.0915	$2.2 \times 10^{-4}(-20\text{C})$
	10	0.00688	0.0247	0.0615	0.1142	$3.2 \times 10^{-4}(-10\text{C})$
	0	0.01102	0.0335	0.0807	0.1441	$9.6 \times 10^{-4}(0\text{C})$



4、球形水滴和冰粒的散射

- 1)、球形干冰粒对雷达波的散射
- 2)、正在融化的球形粒子对雷达波的散射
 - ①、外包水膜的溶化冰球对雷达波的散射
 - ②、冰水均匀混合球对雷达波的散射

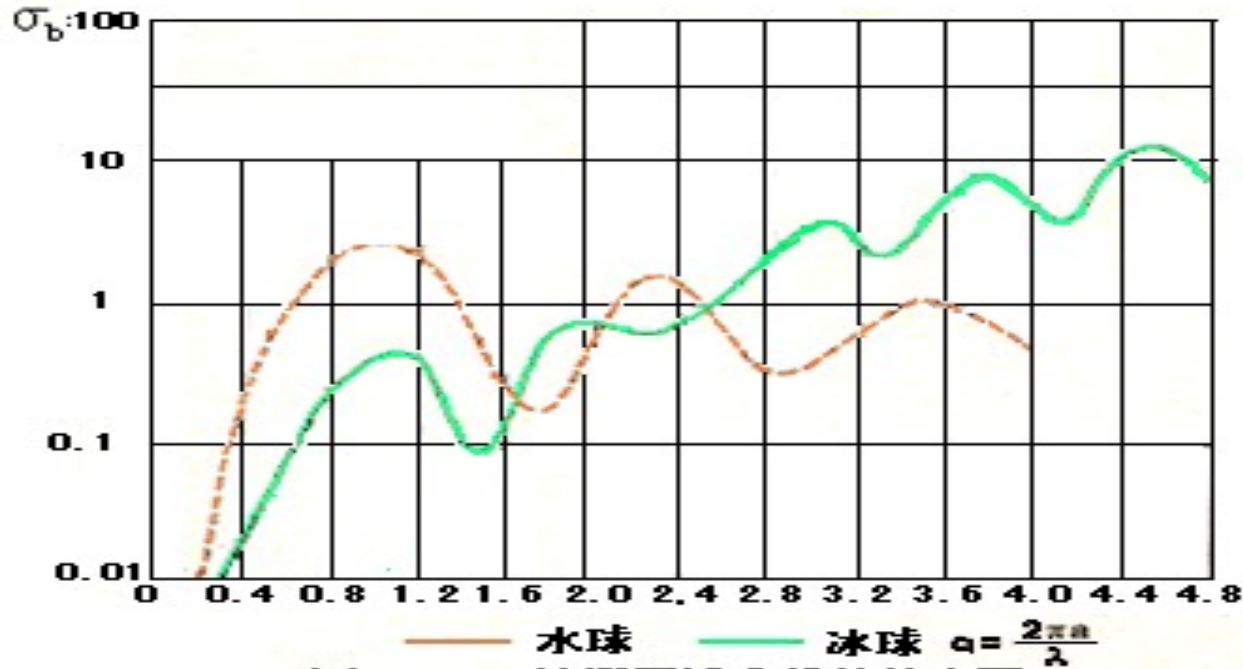
1)、球形干冰粒对雷达波的散射



(a) Ryde 计算曲线
后向散射截面图解



1)、球形干冰粒对雷达波的散射



(b) Ryde 计算区域曲线的放大图
说明：水球和冰球的标准后向散射截面的计算值水球曲线为温度0℃、波长3.21cm的情况；冰球曲线适合于波长1-10cm和所有温度的情况。标准后向散射截面。

后向散射截面图解

$$\sigma_b = \sigma / \pi a^2$$

- ◆ 同体积的较大冰球的标准后向散射截面大于同体积水球的10倍以上



1)、球形干冰粒对雷达波的散射

(1) 当尺度参数 α 很小时, $\sigma_b < 1$, 即后向散射截面 σ 比球形粒子的几何截面 πa^2 小得多, 随着 α 的增大 σ 迅速增大, 而当 $\sigma_b = 1$ 以后, 随着 α 的增大后向散射截面 σ 的增大速度减缓, 甚至转为不变或减小并呈振荡式变化; (2) 当尺度参数 α 很小时, 因为冰球的复折射系数比水球小得多, 故冰球的后向散射截面 σ 仅为同体积水球的 $1/5$; 当 $\alpha = 1.7$ 时, $\sigma_{冰} = \sigma_{水}$; 而当 $\alpha \geq 2.5$ 时, 冰球的 $\sigma_{冰}$ 比同样大小的水球的 $\sigma_{水}$ 大, 而且随尺度参数增大呈振荡式增加, 在某些尺度处, 大冰球粒子的 $\sigma_{冰}$ 是同体积水球 $\sigma_{水}$ 的十倍, 这也就是大冰雹的回波为什么特别强的原因。

2)、正在融化的球形粒子对雷达波的散射



- ①、外包水膜的溶化冰球对雷达波的散射
- ②、冰水均匀混合球对雷达波的散射

①外包水膜的溶化冰球对雷达波的散射

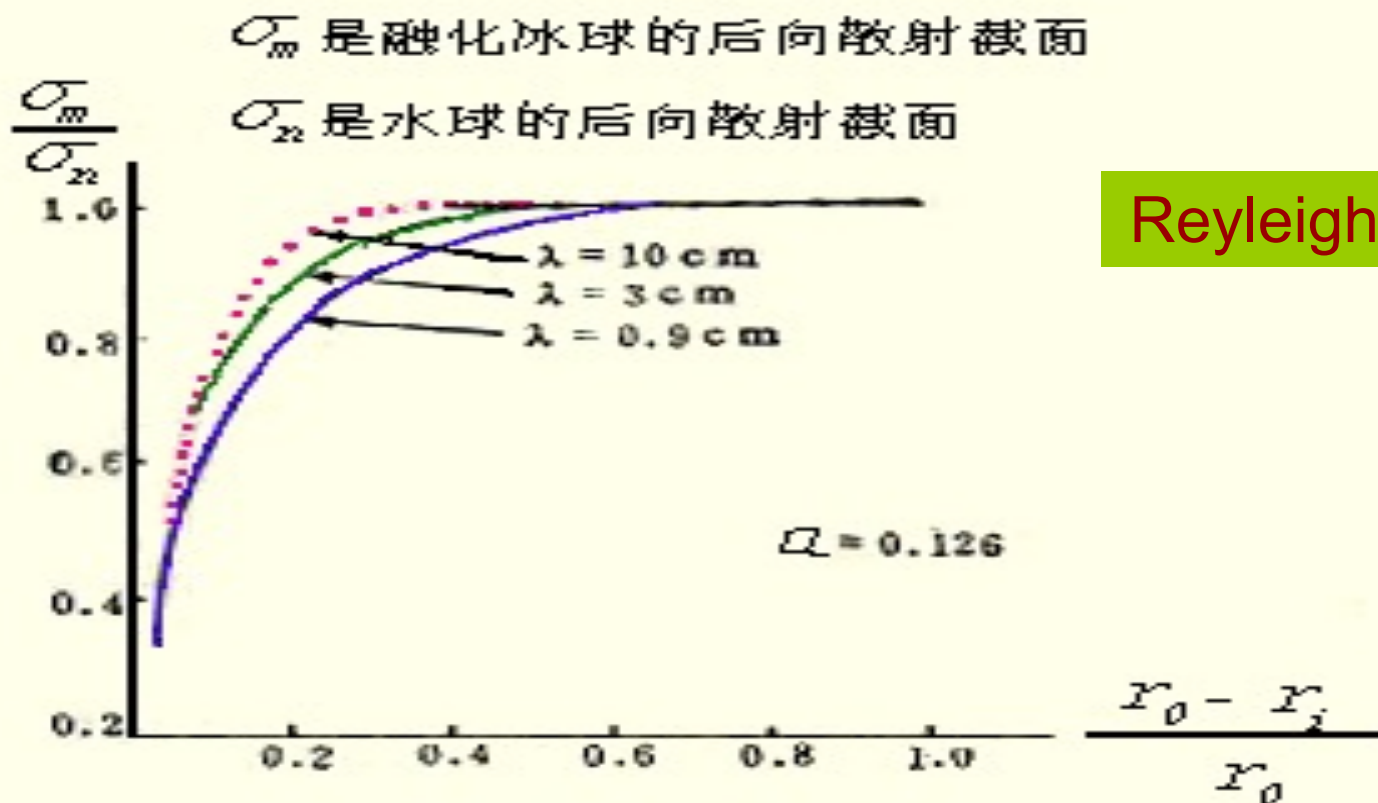


雪球、冰粒、冰雹等高密度冰晶粒子落到零度层以下时开始溶化，或者它们遇到冷水滴碰并时表面上蒙上一层液体水，这些情况可近似地看成是圆球形水包冰球。此时用外包水膜的溶化冰球模式（同心球模式）





①外包水膜的溶化冰球对雷达波的散射

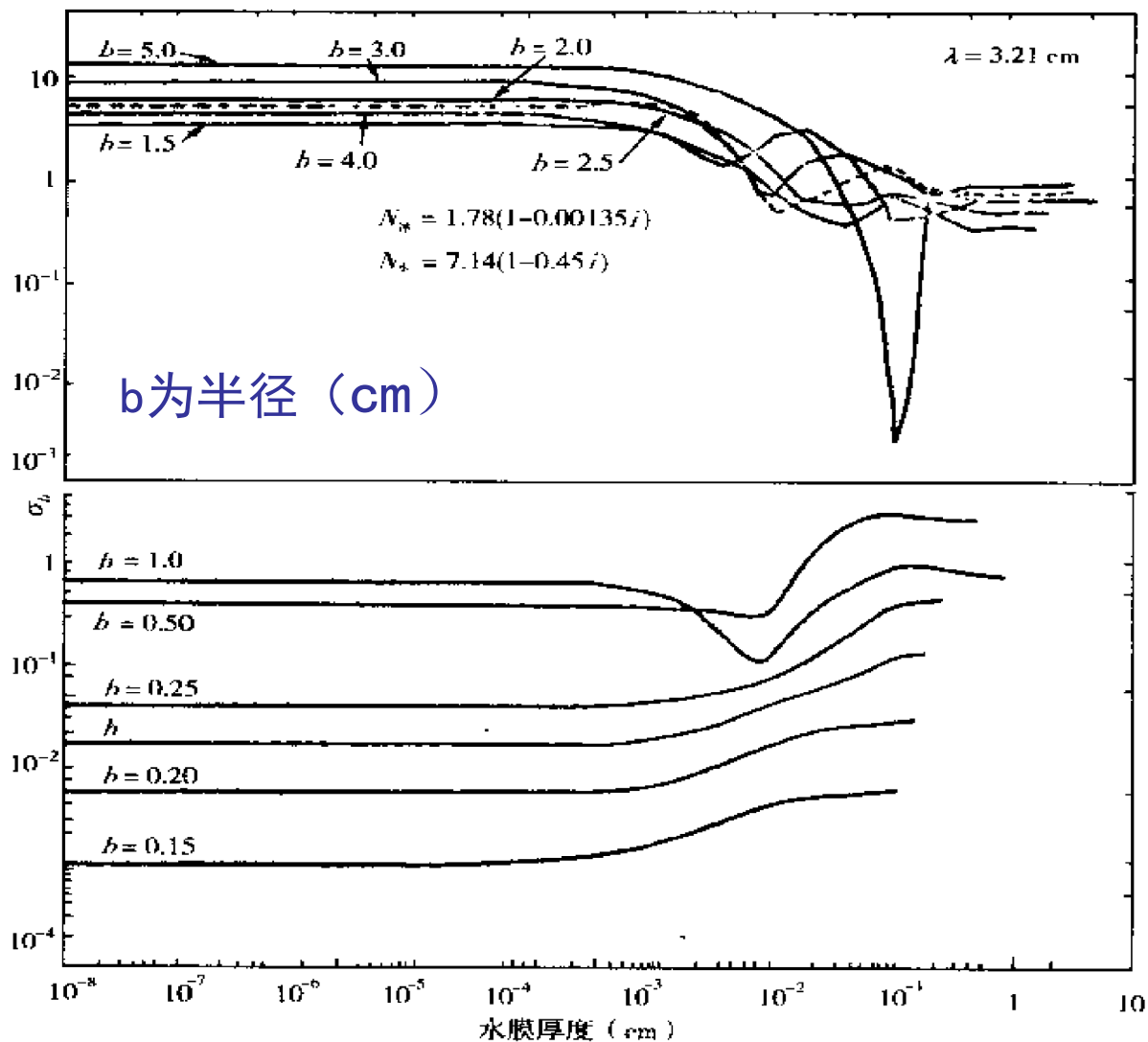


后向散射截面随冰球外包水膜厚度的变化关系

r_0 是整个粒子的半径, r_i 是冰核部分的半径



①外包水膜的溶化冰球对雷达波的散射



Mie

溶化中的较大冰球在外包水膜的情况下，其后向散射截面一般是随水膜增厚而减少的。

②冰水均匀混合球对雷达波的散射



以下情形适合冰水均匀混合球模式

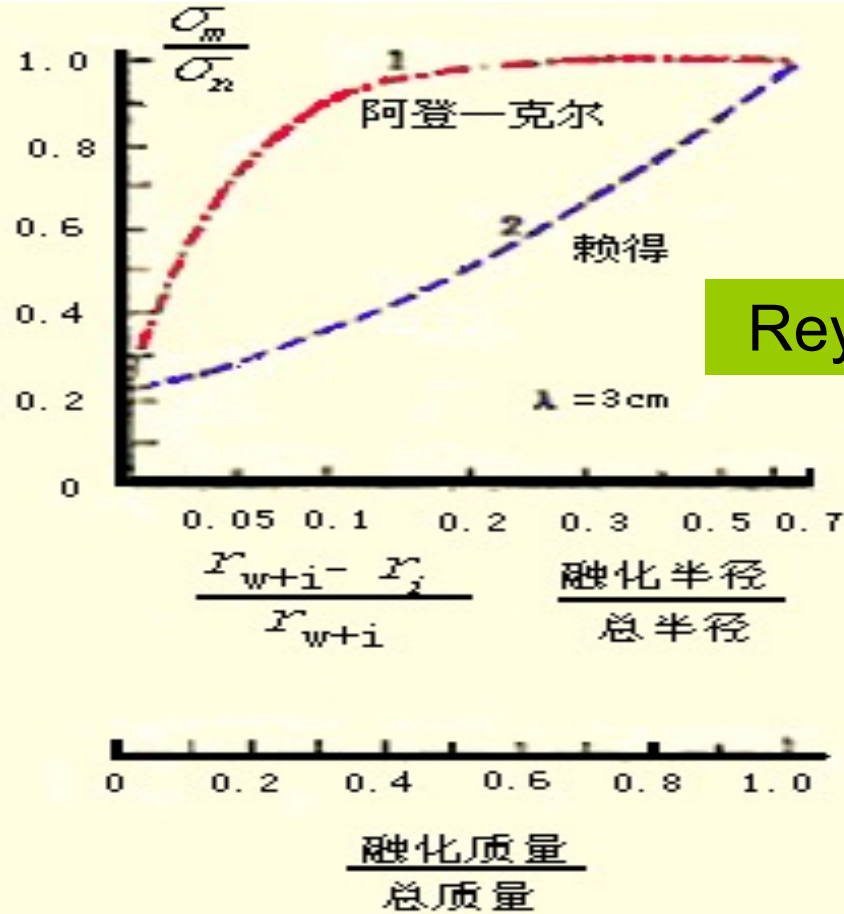
- 冰球溶化后期冰核破碎时或多孔海绵状冰球溶化时情形的散射；
- 结构疏松的潮湿雪片、雪团等低密度固体降水粒子的散射；
- 过冷水滴碰并时情形的散射。



②冰水均匀混合球对雷达波的散射



冰水均匀混合球



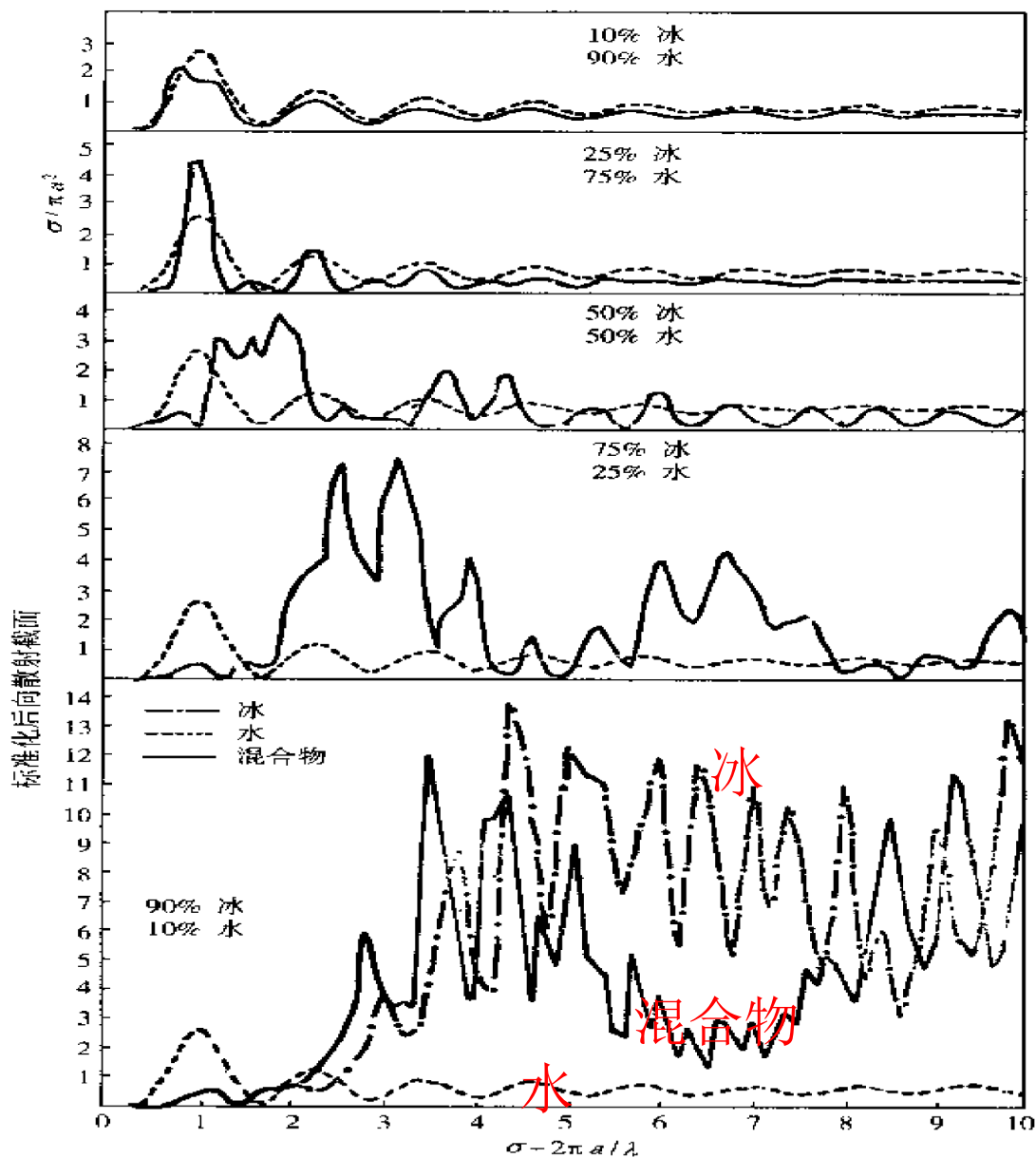
Reyleigh scattering

冰水混合球的理论曲线图

②冰水均匀混合球对雷达波的散射



冰水均匀混合球



Mie scattering

课堂练习思考题

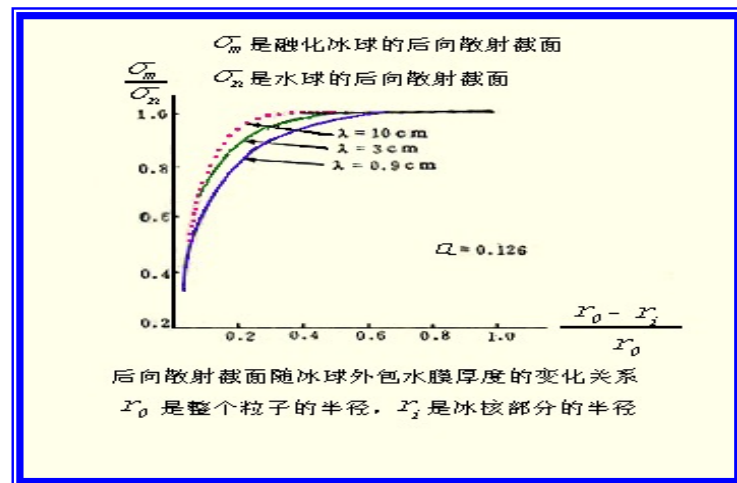


在一个立方米的降水区中降水粒子有大（粒子半径 $a=4\text{mm}$ ）、中($a=1\text{mm}$)、小($a=0.1\text{mm}$)三种不同尺度，其中小粒子占90%，中粒子占8%，而大粒子占2%，它们对反射因子的贡献是：

- A、大粒子>中粒子>小粒子
- B、小粒子>中粒子>大粒子
- C、中粒子>其它两者
- D、三者贡献一样

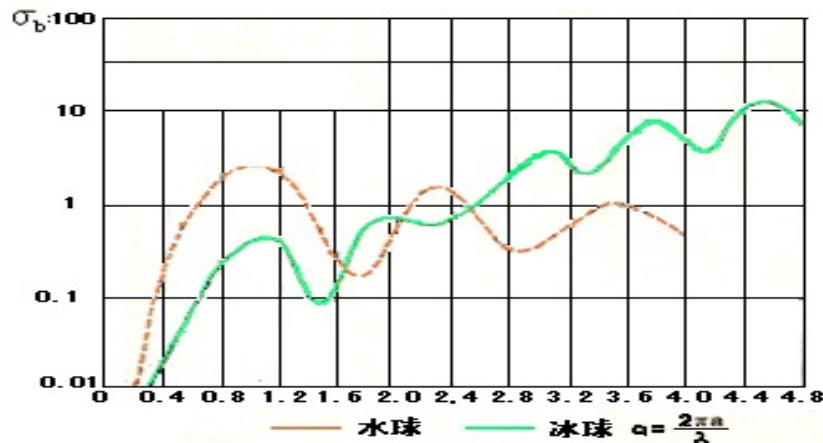
对于s波段天气雷达，半径融化了10%的小冰球的后向散射截面可能比同体积小水球的后向散射截面

- A) 小很多
- B) 约相当于小水球的80%
- C) 大
- D) 大很多



未融化小冰球的后向散射截面比同体积小水球的后向散射截面

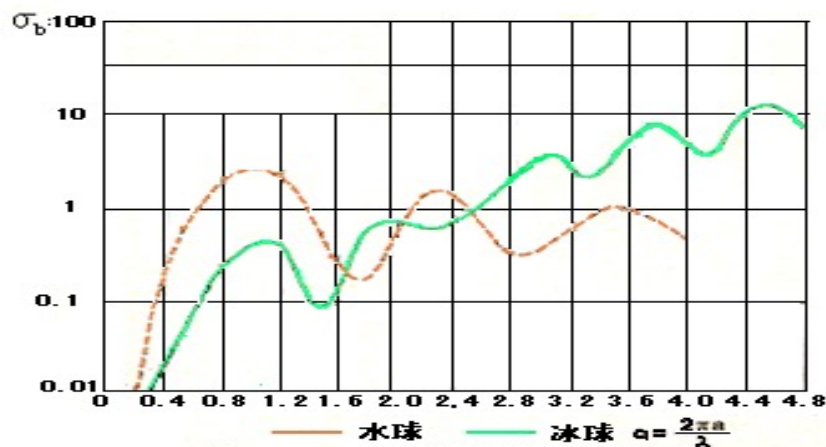
- A) 小得多,约只有水球的五分之一
- B) 稍小
- C) 稍大
- D) 大很多



(b) Ryde 计算区域曲线的放大图
说明: 水球和冰球的标准后向散射截面的计算值水球曲线为温度0 °C, 波长3.21cm的情况; 冰球曲线适合于波长1-10cm和所有温度的情况。标准化后向散射截面。

用X波段雷达探测直径为1.7cm-2.6cm的大冰雹时,能否从显示器上的回波强度中识别出是下冰雹还是下雨呢?

- A) 能
- B) 不能
- C) 不一定



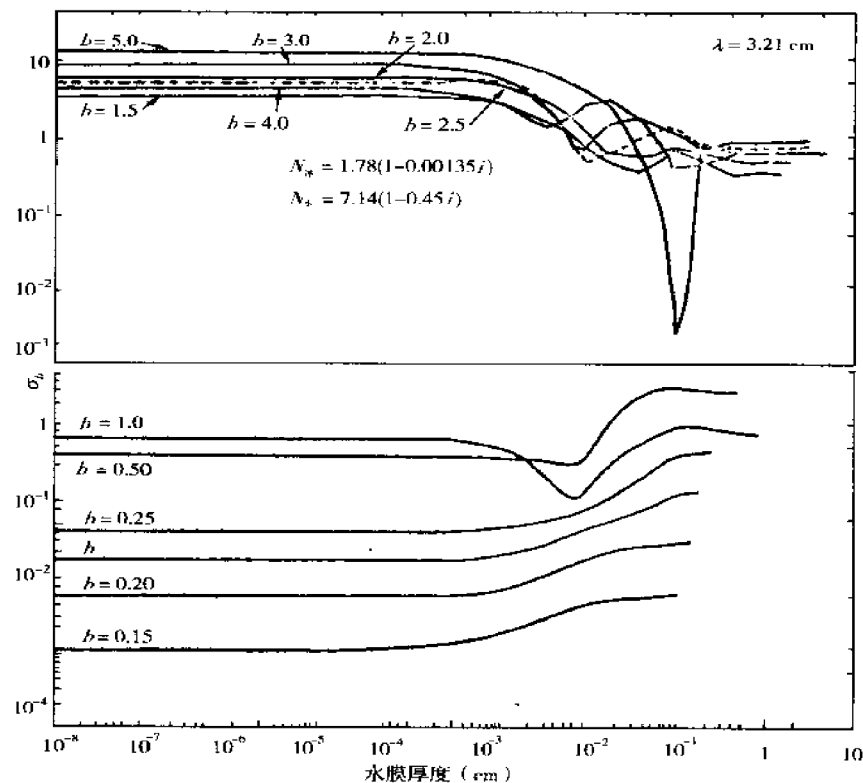
(b) Ryde 计算区域曲线的放大图
说明: 水球和冰球的标准化后向散射截面的计算值水球曲线为温度0°C, 波长3.21cm的情况; 冰球曲线适合于波长1-10cm和所有温度的情况。标准化后向散射截面。

后向散射截面图解

$$\sigma_b = \sigma / \pi a^2$$

球形大冰雹（尺度参数 >2.5 ）在大气中降落过程中开始融化，其后向散射截面可能（雷达波长为 3.2cm ）

- A) 逐渐增大
- B) 逐渐减小
- C) 不变
- D) 无法确定

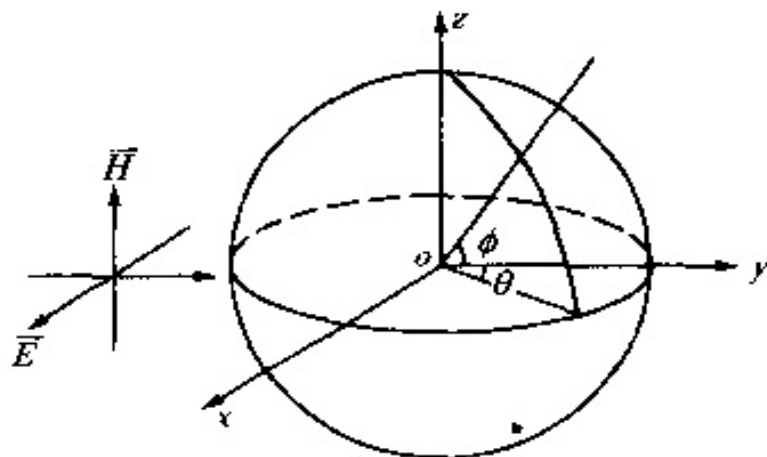


课堂练习思考题

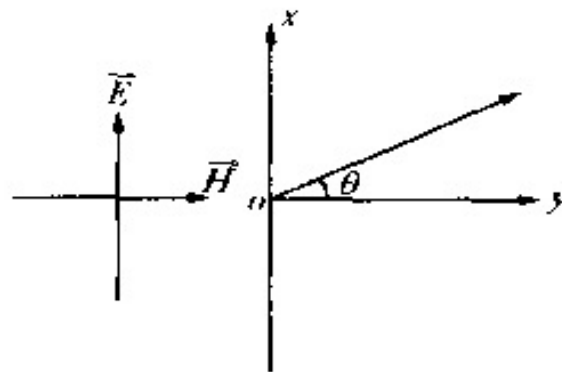


1. 0 dBZ、-10dBZ、30dBZ和40dBZ对应的Z值分别为 (1)、(0.1)、(1000)、(10000) (mm^6/m^3)。
2. 降水粒子的后向散射截面是随粒子尺度增大而 (增大) 。
3. 大水滴的后向散射截面总比小水滴的后向散射截面 (大很多) 。
4. 反射率因子的大小反映了气象目标内部降水粒子的 (尺度) 和 (数密度) ，常用来表示气象目标的强度
5. 假设单位体积中有400粒直径为1mm的降水粒子，6粒直径为2mm的降水粒子，3粒直径为3mm的降水粒子和1粒直径为4mm的降水粒子，它们对反射因子的贡献是 (4mm > 3mm > 1mm > 2mm) 。
6. 假设单位体积中有90粒直径为1mm的降水粒子，6粒直径为2mm的降水粒子，3粒直径为3mm的降水粒子和1粒直径为4mm的降水粒子，它们对反射因子的贡献是 (1mm < 2mm < 3mm < 4mm) 。

课堂练习思考题



(a) 三维球坐标与点角坐标



(b) 二维极坐标与平面直角坐标

P3图1.2为某球形雨滴（设雨滴直径为**0.1cm**，温度为**10 °C**）在**X**波段雷达电磁波的照射下的电磁矢量及坐标示意图。其中**θ**是任意散射方向在**x-y**平面上的投影与入射波能流密度方向之间的夹角，**φ**是任意散射方向与**x-y**平面之间的夹角。当入射波能为单位能流密度，且离雨滴中心为单位距离时，求**x-y**平面上该雨滴有最大后向散射时的散射能流密度、雷达截面、总的散射功率是多少？若粒子直径为**0.36cm**时，其雷达截面是多少？

$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$



第二节 雷达气象方程



回 顾

- 散射类型：瑞利散射和米散射

- 散射函数
$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

- 散射能流密度
$$S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi)$$

- 散射截面
$$Q_s = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

- 后向散射截面（雷达截面）

$$\sigma = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

- 雷达反射率和反射率因子

$$\eta = \sum_{i=1}^N \sigma_i$$

$$Z = \sum_{i=1}^N D_i^6$$

- 大小冰球和水球，外包水膜，冰水混合

本节主要内容



- 一、单个目标的雷达方程
- 二、云及降水的雷达气象方程
- 三、考虑充塞程度和衰减因子的雷达气象方程
- 四、雷达气象方程的讨论

重点掌握：由单个目标雷达方程推导出雷达气象方程并进行方程的讨论（有效照射深度、有效照射体积、反射因子）

雷达气象方程：雷达回波功率与雷达参数、气象目标物、距离、云和降水散射及衰减特性等因素之间关系的数学表达式。

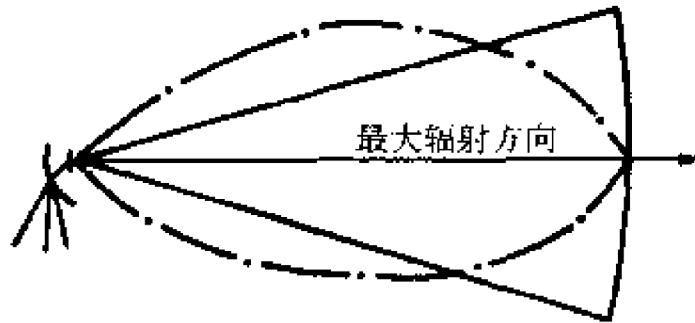
雷达气象方程是雷达气象学的理论基础。利用雷达气象方程，可以根据回波的强度判断降水区的物理状况，并正确地选择雷达的参数。

一、单个目标的雷达方程



- 1、天线辐射强度在两半功率点间
均匀分布时的雷达方程
- 2、 天线辐射强度不均匀分布时的
雷达方程

1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程



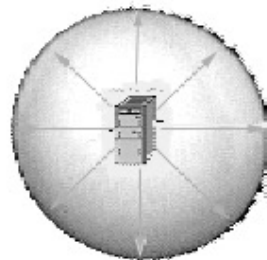
假设：

- 雷达波束的能量**完全集中**在以两个半功率点为界的狭窄波束照射体积中；
- 假定其横截面内的天线辐射强度**处处相同**，并都等于最大辐射方向上的增益值，此狭窄波束内增益为常数。



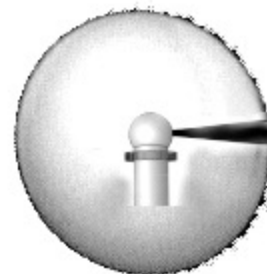
1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程

1) 理想情况： 天线作各向同性的球面发射, 在球表面半径为 R 处, 任意一点的目标物所得到的入射能量密度 $S_{av}(R)$ 可由右侧公式计算。



$$S_{av}(R) = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

2) 实际情况： 气象雷达都是使用定向辐射天线, 把发射机向空中发射的能量, 集中在狭窄的波束中, 在这个波束中能量辐射强度处处相同, 都等于最大辐射方向上的增益值 G 。



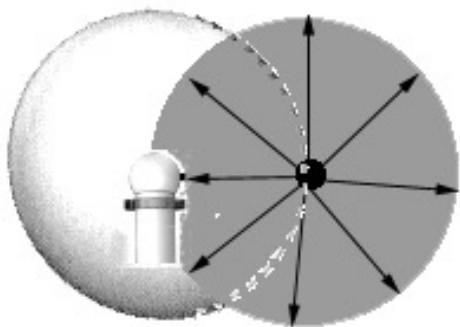
引入天线增益：

$$G = \frac{S_{\max}}{S_{av}}$$



1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程

3) 返回天线的能流密度 在距天线 R 处, 目标物所接受的入射能流密度是在天线最大辐射方向得到的能流密度最大值, 目标物得到电磁波能量后, 产生电磁感应, 发出散射波。如目标物的后散射截面为 σ , 则从目标物返回天线的能流密度可由以下方法计算得到:



天线定向辐射方向上距离 R 处的能流密度:

$$S_{\max} = GS_{av} = \frac{P_t G}{4\pi R^2}$$

由雷达截面定义:
$$\sigma = \frac{S_s(\pi) \times 4\pi R^2}{S_i} \quad (1.22)$$

$$\implies \sigma = \frac{S_s(\pi) \times 4\pi R^2}{S_{\max}} \implies$$

1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程



目标物散射返回天线的后向散射能流密度

$$S_s(\pi) = \frac{P_t}{(4\pi R^2)^2} G\sigma$$

4)、考虑天线的面积 (有效面积), 则回波功率为:

$$P_r = S_s(\pi)A_e = \frac{P_t G \sigma A_e}{(4\pi R^2)^2}$$

将 $A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$ 代入上式得: \longrightarrow

1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程



$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

(3.1) 式

——单个目标普适的雷达方程



1、天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达方程

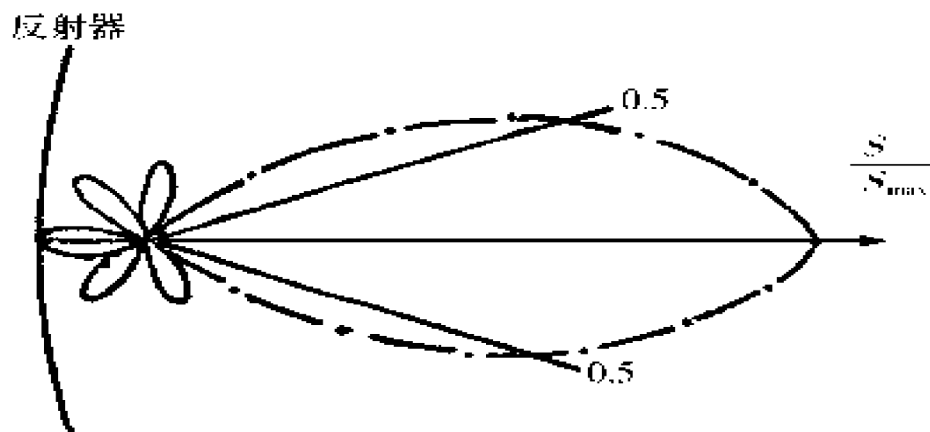
单个目标雷达方程的讨论

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \sigma$$

- 上式是一个普遍的雷达方程，适用于任何单目标物体(例如飞机、船只等)的探测；
- 雷达接收的回波功率 P_r 的大小，取决于自身的发射功率 P_t ，天线增益 G ，波长 λ ，还与目标的距离 R ，以及雷达截面 σ 有关；
- 对于给定的一部雷达，已知各雷达参数，对于给定的单个目标物的雷达回波功率 P_r 与 R^4 成反比，随着距离的增大，回波功率迅速减小。



2、天线辐射强度不均匀分布时的雷达方程



问题：由3.1式得到的回波接收功率比实际情况大！

原因：实际情况是，半功率点内天线辐射显然是不均匀的，而且半功率点外也有部分辐射能量。这样做会因没有考虑半功率点以外天线的辐射能量而得到部分的抵消。



2、天线辐射强度不均匀分布时的雷达方程

解决：天线辐射强度不均匀分布时的雷达方程需在 (3.1) 式雷达方程中乘上一个小于1的经验订正因子。为此引进了天线方向图函数，以定量地描述天线的方向性。

天线方向图
函数：

$$|f(\theta, \varphi)| = \frac{|E(\theta, \varphi)|}{|E_{\max}|}$$

参见P70

天线辐射强度不均匀分布时的雷达方程：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} |f(\theta, \varphi)|^4 \quad (3.3) \text{ 式}$$



回 顾

- 散射类型：瑞利散射和米散射

- 散射函数
$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

- 散射能流密度
$$S_s = \frac{S_i}{R^2} \beta(\theta, \varphi)$$

- 散射截面
$$Q_s = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

- 后向散射截面（雷达截面）

$$\sigma = \frac{64\pi^5 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

- 雷达反射率和反射率因子

$$\eta = \sum_{i=1}^N \sigma_i$$

$$Z = \sum_{i=1}^N D_i^6$$

- 大小冰球和水球，外包水膜，冰水混合

- 单目标雷达气象方程

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

二、云及降水的雷达气象方程



雷达气象（气象粒子群）方程假设条件

- 1、有效照射深度与有效照射体积
- 2、天线辐射强度在两半功率点之间均匀分布时的雷达气象方程
- 3、天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程



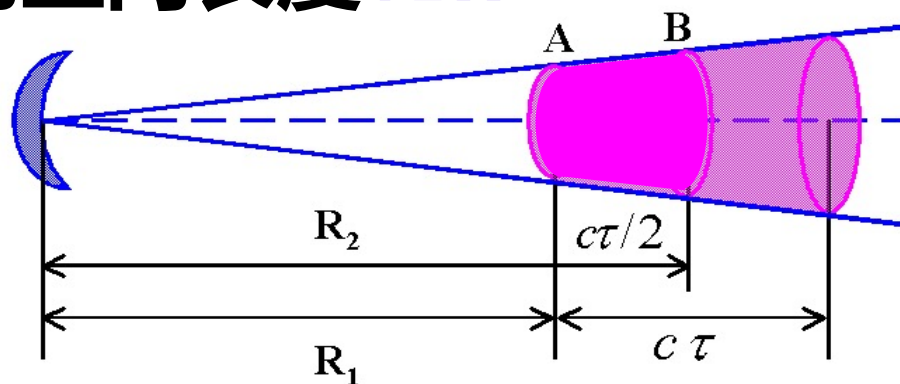
- 1) 雷达波的能量，完全集中在以两个半功率点为界的狭窄照射体内，并假定其横截面内的天线辐射强度处处相同，并都等于最大辐射方向上的增益值。即在波束内增益为常数（ $G = \text{常数}$ ）
- 2) 云及降水粒子的散射波是非相干波。即波束照射体内的回波是云和降水粒子的总回波能量的时间平均值，等于各个云、降水粒子的回波功率的总和。
- 3) 在波束有效照射体内，粒子的尺度谱处处相等。

1.有效照射深度

- 在雷达脉冲发射方向上，被照射粒子的回波信号能够同时返回天线的空间长度 $\frac{1}{2}h$

设脉冲持续时间为 τ ,

脉冲宽度为 $h = \tau \cdot c$



- ✓ 计时从雷达发射脉冲时开始，天线收到 B 处的后向散射能量经过的时间

$$t_2 = \frac{2R_2}{c}$$

- ✓ 在脉冲刚好结束时，天线收到 A 处的后向散射能量，此时所经过的时间

$$t_1 = \frac{2R_1}{c}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2R_2 - 2R_1}{c} = \tau$$

设A,B之间的回波信号能够同时返回天线，则其空间长度为：

$$R_2 - R_1 = \frac{c\tau}{2} = \frac{h}{2}$$



有效照射体积：

在波束范围内，被照射粒子的回波信号能够同时返回天线的空间体积

有效照射体积内一小块体积元, ds 为 dV 的横切截面积元。

$$dv = ds \cdot dR$$

$$d\Omega = \frac{ds}{R^2}$$

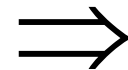
小体积元对天线所张的立体角

$$\left. \begin{array}{l} dv = ds \cdot dR \\ d\Omega = \frac{ds}{R^2} \end{array} \right\} \Rightarrow dv = R^2 dR d\Omega \Rightarrow$$

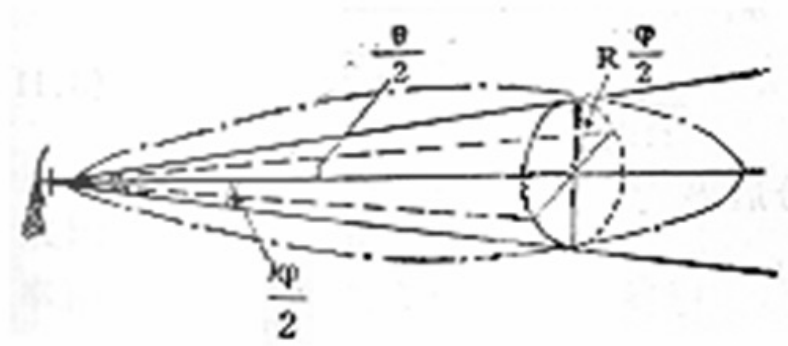
$$V = \int_R^{R+\frac{h}{2}} \int_{\Omega} R^2 dR d\Omega \quad (3.6) \text{式}$$

—— 有效照射体积的普遍计算公式

有效照射体积的具体求法取决于天线的形状。

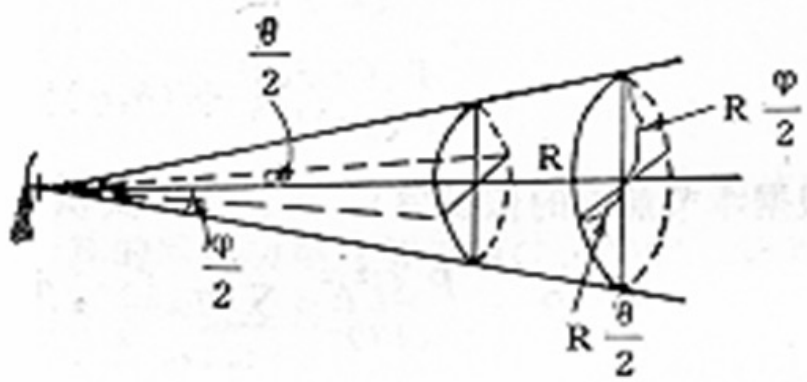


有效照射体积：



当波束为圆锥体时, $\phi = \theta$,
波束的有效照射体积

$$V = \pi \left(\frac{R\theta}{2} \right)^2 \frac{\lambda}{2} \quad (3.7)$$



当波束为椭圆锥体时,
有效照射体积

$$V = \pi \left(R \frac{\theta}{2} \right) \left(R \frac{\phi}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (3.8)$$

θ 和 ϕ 分别为波束的水平宽度和垂直宽度,
 λ 为探测脉冲所占有的空间长度。

天线辐射强度均匀时
二种特殊形状波束的有效照射体



2. 天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程

根据天线辐射强度在两半功率点间均匀时的单目标
雷达方程

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \quad (3.1) \text{式}$$

对粒子群有: $\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i$

$$\Rightarrow P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (3.4) \text{式}$$



2. 天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程

根据雷达反射率的定义： $\eta = \sum_{\text{单位体积}} \sigma_i$

则有效照射体积内的所有粒子的
雷达截面之和为：

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i = V \sum_{\text{单位体积}} \sigma_i = V \eta \quad (3.9) \text{ 式}$$

代入(3.4)式，有 \implies



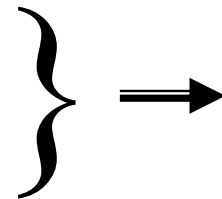
2. 天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程

$$\Rightarrow P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} V \eta \quad (3.10) \text{式}$$

对于圆锥形波束（天线）：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} V \eta \quad (3.10) \text{式}$$

$$V \approx \pi \left(R \frac{\theta_1}{2} \right)^2 \cdot \frac{h}{2} \quad (3.7) \text{式}$$





2. 天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程

圆锥形波束（天线）天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程：

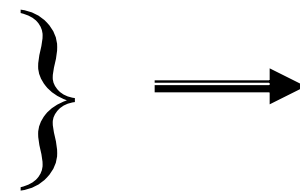
→

$$P_t = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta_1^2}{512 \pi^2 R^2} \eta \quad (3.10a) \text{式}$$

对于椭圆锥形波束：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} V \eta \quad (3.10) \text{式}$$

$$V \approx \pi \left(R \frac{\theta_1}{2} \right) \left(R \frac{\phi_1}{2} \right) \cdot \frac{h}{2} \quad (3.8) \text{式}$$





2. 天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程

椭圆锥形波束（天线）天线辐射强度在两半功率点间均匀分布时的雷达气象方程：

$$P_t = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta \varphi}{512 \pi^2 R^2} \eta$$

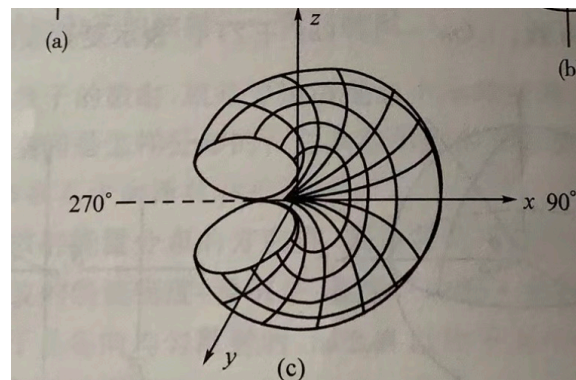
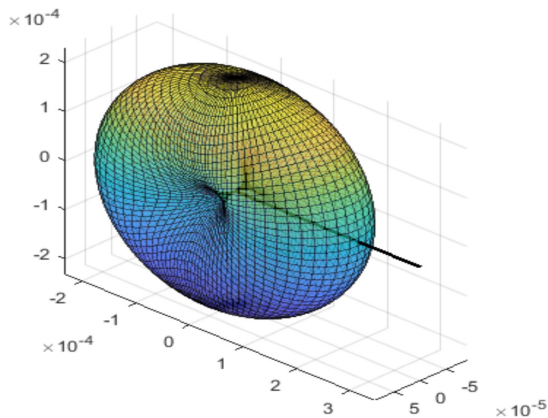
(3.10b)式

回 顾

- 单目标的雷达气象方程
- 多目标的雷达气象方程（云和降水）

有效照射深度、有效照射体积

$$\beta(\theta, \varphi) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$



特别感谢19级黄小桐同学



3. 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程

天线辐射强度不均匀时，单目标的雷达方程为：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} |f(\theta, \varphi)|^4 \quad (3.3) \text{式} \quad \text{推导见P69}$$

当天线辐射强度不均匀时，单位有效照射体积内所有的云和降水粒子产生的回波功率为：

$$\left. \begin{aligned} dP_r &= \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} |f(\theta, \varphi)|^4 \sum_{\text{单位体积}} \sigma_i dV \\ dV &= R^2 dR d\Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



3. 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程

积分可得：

$$dP_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 dR}{(4\pi)^3 R^2} |f(\theta, \varphi)|^4 d\Omega \sum_{\text{单位体积}} \sigma_i$$

(3.11) 式

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3} \sum_{\text{单位体积}} \sigma_i \int_R^{R+\frac{h}{2}} \frac{dR}{R^2} \int_{\Omega} |f(\theta, \varphi)|^4 d\Omega \quad \left. \vphantom{\int} \right\} \longrightarrow$$

$$\text{又} \because \int_{\Omega} |f(\theta, \varphi)|^4 d\Omega = \frac{\pi \theta_1 \varphi_1}{8 \ln 2}$$

(此式推导证明见 P88)



3. 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta_1 \varphi_1}{1024 (\ln 2) \pi^2 R^2} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \longrightarrow$$

单位体积

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta_1 \varphi_1}{1024 (\ln 2) \pi^2 R^2} \eta \quad (3.13) \text{式}$$

—— 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程

上式既满足瑞利情况亦满足米情形，各种情形分别带入各自的 η 值。



3. 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程

若云和降水粒子满足瑞利散射条件，则：

$$\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \int_0^\infty n(D) D^6 dD \quad (2.18) \text{式}$$

$$= \frac{64\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \int_0^\infty n(r) r^6 dr$$

1961年Probert-Jones推导的雷达气象方程。国内外文献普遍采用

代入(3.13)式得：

其中：**r**为气象粒子半径
D为气象粒子直径

$$P_r = \frac{\pi^3}{16 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta_1 \varphi_1}{\lambda^2 R^2} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \int_0^\infty n(r) r^6 dr \quad (3.19) \text{式}$$

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi' \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \int_0^R -0.2 k dR$$

3. 天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程



对于国产711，713等的圆口径抛物面天线，有：

$$\theta_1 = \varphi_1, A_e = \frac{2}{3} A_p$$

天线增益：

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} = \frac{8\pi A_p}{3\lambda^2}$$

代入 (3.19) 式，则：

$$P_r = \frac{4P_t A_p \theta_1^2 h \pi^5}{9\lambda^2 R^2 \ln 2} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right| \int_0^\infty n(r) r^6 dr \quad (3.20) \text{式}$$



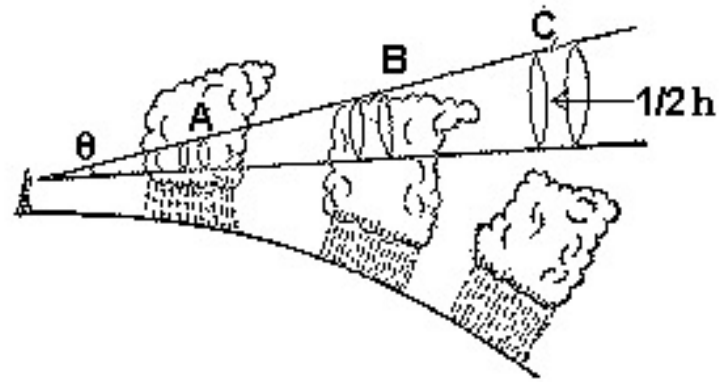
三、考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程

1、充塞系数

2、考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程

1. 充塞系数

▲ 充塞系数：
表征充塞程度的参数。



充塞系数 $\psi = \psi_v \times \psi_h$ (3.23)式

垂直充塞系数

水平充塞系数

$$\psi_v = \frac{H_t - H_b}{R\varphi_1} \quad (3.21)式$$

$$\psi_h = \frac{L}{R\theta_1} \quad (3.22)式$$



2、考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程

天线辐射强度不均匀时的雷达气象方程为：

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta_1 \varphi_1}{1024 (\ln 2) \pi^2 R^2} \eta \quad (3.13) \text{式}$$

同时考虑衰减、充塞程度时，雷达气象方程为：

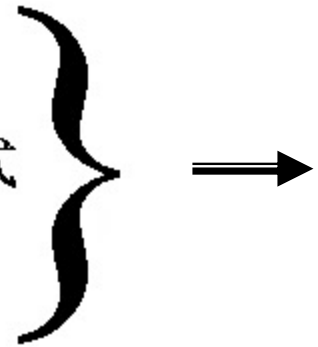
$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 h \theta_1 \varphi_1}{1024 (\ln 2) \pi^2 R^2} \eta \times K \times \psi$$

对于充塞程度，有

$$\psi = \psi_v \cdot \psi_h \quad (3.23) \text{式}$$

对于衰减，有

$$K = 10^{-0.2 \int_0^R k dR} \quad (2.9) \text{式}$$





2、考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程

→ 考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程：

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R k dR}$$

—— (3.25)式

其中：充塞系数： $\psi = \psi_v \cdot \psi_h$

k (量纲： $\frac{\text{分贝}}{\text{长度}}$): 大气、云、降水总衰减系数

$$k = k_g + k_c + k_p$$

◆ 测雨雷达观测手册中雷达气象方程



2. 考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R k dR}$$

若不考虑充塞、衰减，且

$$\text{令 } C = \frac{\pi^3 P_t h G^2 \theta \varphi}{1024 \ln 2 \cdot \lambda^2} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

得到以下简化的雷达气象方程：

$$Pr = \frac{C}{R^2} Z (\text{或 } Z_e) \quad (3.29)$$

四、雷达气象方程的讨论



- 1、雷达机各参数及其在雷达探测中的作用
- 2、气象因子的作用
- 3、距离因子的影响



讨论 1. 雷达机各参数及其在雷达探测中的作用

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R kdR} \quad (3.25)$$

① 雷达发射功率 P_t :

P_t 越大，探测弱降水能力越强；

② 天线口径面积 A_e :

A_e 越大、 G 越高、波束宽度越窄，天线定向能力越强。提高探测能力、角分辨率。

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

③ 脉冲长度 h :

h 越大，则盲区 $1/2h$ 增大，使距离分辨率降低。（尽管 h 越大 Pr 增大）



讨论 1. 雷达机各参数及其在雷达探测中的作用

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R k dR} \quad (3.25)$$

④波束宽度:

波束宽度越窄则天线增益 G 越大

⑤天线增益:

增加 G，则需增加天线面积，使造价增高，转动及抗风能力差。



讨论 1. 雷达机各参数及其在雷达探测中的作用

$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R kdR} \quad (3.25)$$

⑥ 雷达波长：解释天气雷达为何要用厘米波长，且台风多发地区通常用**10cm**的大功率雷达？

a) ∴ 由 (3.25式) 可知： $Pr \propto \frac{1}{\lambda^2}$ ，又 $\theta = 70 \frac{\lambda}{d}$

∴ λ 越小 → θ 越窄 → 角分辨率越高 → Pr 越高，所以用厘米波

b) λ 越短 → 雨强越大电磁波衰减越严重 →

→ 影响探测距离和精度

综上，在台风多发地区通常用

10cm较大功率的雷达。



● 为何要引入dBZ代替Pr来度量云、雨区强度？

∵ dBZ仅与气象目标本身有关，与雷达参数、目标物距离无关；又由于不同云雨粒子之间的Z值变化范围大

∴ 为方便通常用dBZ来代替Pr

$$dBZ = 10 \lg \frac{Z(\text{mm}^6 / \text{m}^3)}{1(\text{mm}^6 / \text{m}^3)}$$

$$Z = \sum_{\text{单位体积}} D_i^6$$



$$\text{Pr} = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R kdR}$$

- ① 目标物的后向散射特性。它包括粒子大小、相态、形状、温度等等，见散射章节；
- ② 波束路径上各种粒子对雷达波的衰减作用。它包括大气、云、雨、雪、冰雹等粒子在不同波长、不同温度时的衰减。



$$Pr = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \theta \varphi}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-0.2 \int_0^R kdR}$$

由气象雷达方程(3.25式或3.29式)得知,回波功率Pr与距离R的平方成反比。因此,雷达上若无距离订正装置,同样的强度的降水出现在远距离处要比近距离处弱得多,在观测分析回波强弱及移动状况时容易产生错觉。

距离因子影响易产生的错觉： $Pr = \frac{C}{R^2} Z(\text{或} Z_e)$

①、同一目标处在不同的距离时，荧屏上的回波亮度、尺度等也发生变化。当目标移近时，回波亮度增强，尺度变大，好似发展了；当目标离远时，回波亮度减弱，尺度缩小，好似减弱消散了，其实不是。

②对同一条回波带或一个回波群来说，随着距离远近的不同，其内部回波排列的紧密程度也不同。回波带（群）远时，只有少数强回波中心才能显示出来，荧光屏上回波稀少，带（群）的特征不明显；回波带（群）近时，较弱的回波都能显出来，形成紧密排列的回波带。

雷达气象方程课堂习题



1、在PPI显示器上有一条对流回波带呈东西向排列于雷达站北边，由远处结构、特征不变的逼近本站时，在远处时只有少数回波出现，随时间逐渐逼近本站，形成一条排列紧密的回波带，这是：

- A)气象目标反射因子 Z 的作用
- B)距离作用
- C)对流发展的结果
- D)地物挡着



2、714CD和714SD在同一个地点同时探测同一气象目标物，在荧光屏上显示出的回波功率：

A) 相同

C) 不能肯定

B) 不同





本章结束，谢谢！

